



**Оценка адекватности модели вероятностных отборов
воды и распределения потоков реальным процессам,
происходящим в системах подачи и распределения воды**

© Алексей Сергеевич Душин,

ООО «Сетевая компания «ИРКУТ»», г. Иркутск, Россия, a.s.dushin@mail.ru

Аннотация. Цель работы – доказать, что разработанная математическая модель отборов воды и распределения потоков адекватна вероятностным процессам, происходящим в системах подачи и распределения воды (СПРВ), доказать справедливость использования разработанной модели для описания процесса функционирования СПРВ. На сегодняшний день при проектировании к данным системам предъявляются высокие требования: надежности обеспечения потребителей, экономичности функционирования СПРВ. Добиться создания систем подачи и распределения воды, обладающих указанными качествами, можно только на основании анализа функционирования существующих СПРВ, учета множества факторов, в которых данные системы эксплуатируются. Учет процесса вероятностных отборов воды, задающих тон работы всей системе, является одним из ключевых моментов в этом анализе. На примере СПРВ, согласно комбинациям отборов воды одних узлов и возможным комбинациям отборов других узлов, произведено распределение потоков. На той же схеме СПРВ по отборам произведено распределение потоков по исследуемой методике. По рассматриваемым вариантам в соответствии с результатами гидравлических расчетов получены вероятностные параметры работы СПРВ, были сопоставлены их значения. Полученные по вариантам параметры имеют между собой незначительные расхождения. Сделан вывод, что вероятностная модель функционирования СПРВ достаточно проста, не требует большого количества операций, соответственно, влечет меньше затрат труда и времени, в отличие от других методов. Ранее разработанная математическая модель отборов и распределения потоков по исследуемой методике справедливо использована для описания процесса функционирования СПРВ, может быть применена для оценки надежности обеспечения потребителей водой.

Ключевые слова: водоснабжение, система подачи и распределения воды, нефиксированный отбор воды, вероятностный характер водопотребления

Для цитирования: Душин А. С. Оценка адекватности модели вероятностных отборов воды и распределения потоков реальным процессам, происходящим в системах подачи и распределения воды // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2022. Т. 12. № 1. С. 40–51. <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2022-1-40-51>.

Original article

Assessment of the adequacy of probabilistic water sampling and flow distribution model to the real processes in the water supply and distribution systems

Aleksei S. Dushin

LLC Network company "IRKUT", Irkutsk, Russia, a.s.dushin@mail.ru

Abstract. The study is aimed at justifying the adequacy of a previously developed mathematical model of water sampling and flow distribution to the probabilistic processes taking place in water supply and distribution systems (WSDS), as well as the validity of using the developed model for describing the WSDS operational process. At present, the design of such systems is subject to severe requirements, including the reliability of consumer supply and the cost efficiency of WSDS operation. WSDS meeting these requirements can be created based on the analysis of existing WSDS, considering the effect of various external factors. A key aspect in such an analysis is probabilistic water sampling as the process determining the operation of the entire system. According to water sampling combinations of various WSDS units, the procedure of flow distribution was carried out. Using the same WSDS, a sampling-based distribution of flows according to the presented method was performed. The probabilistic param-

eters of WSDS operation for the considered options were obtained and compared with the results of hydraulic calculations. The obtained parameters showed good agreement. In comparison with other methods, the described probabilistic model of WSDS operation is characterized by operational simplicity and cost efficiency due to the small number of operations. The previously developed mathematical model of sampling and flow distribution according to the studied method can be used for describing WSDS operational processes and assessing the reliability of water supply to consumers.

Keywords: water supply, water supply and distribution system, non-fixed water withdrawal, probabilistic nature of water consumption

For citation: Dushin A. S. Assessment of the adequacy of probabilistic water sampling and flow distribution model to the real processes in the water supply and distribution systems. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost' = Proceedings of Universities. Investment. Construction. Real estate*. 2022;12(1):40-51. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2022-1-40-51>.

Введение

Системы подачи и распределения воды (СПРВ) являются неотъемлемой частью современных городов, населенных пунктов. СПРВ, призванные обеспечивать комфортный уровень жизни, требуют существенных финансовых вложений. Вопросы оптимизации работы данных систем всегда будут актуальными. Анализ существующих СПРВ показывает, что многие системы на сегодняшний день не отвечают требованиям надежности, управляемости и экономичности. Основной причиной этого является сложившаяся практика проектирования. Методы расчета СПРВ устарели. Работа систем подачи и распределения воды является многорежимной. Формирует эти режимы характер отборов воды потребителями. Создание математической модели, учитывающей все многообразие комбинаций возможных отборов (метод Монте-Карло) [1], требует значительных усилий и затрат времени, создания программ, мощной вычислительной техники, обеспечивающей колоссальные объемы памяти под определяемые параметры, что на данный момент затруднительно. В силу очень большого числа требуемых вычислений и относительных возможностей компьютерных технологий в основном существующие методы расчета систем подачи и распределения воды базируются на детерминированном подходе. СПРВ, созданные по такому принципу, не отвечают адекватностью реальным процессам, происходящим в системах, работа СПРВ становится неэффективной, ведет к нерациональному использованию материальных ресурсов. Благодаря анализу статистического материала о водопотреблении и литературных источни-

ков [2–10] с использованием законов распределения случайных величин и математических свойств статистических параметров¹ ранее была разработана модель функционирования систем подачи и распределения воды, учитывающая вероятностный характер отборов воды потребителями [11–18]. Модель достаточно проста, не требует большого количества операций, соответственно, влечет меньше затрат труда и времени.

Цель исследования – доказать, что ранее разработанная математическая модель отборов воды, распределения потоков отвечает адекватностью вероятностным процессам, происходящим в СПРВ, доказать справедливость использования разработанной модели для описания процесса функционирования СПРВ.

Методы

Разработанная модель вероятностных отборов воды потребителями связана с представлением каждого узла большой группой потребителей, имеющих непрерывное распределение отборов воды.

Характеристика узлового отбора воды представлена на рис. 1.

В соответствии с правилом 3 сигм² узловые отборы воды потребителями, как случайные величины, по каждому часу t можно рассматривать в пределах доверительного коридора: $\bar{Q}_t^{[\min]} - 3 \cdot \sigma_{Q,t}^{[\min]}$ – нижнее ограничение; $\bar{Q}_t^{[\max]} + 3 \cdot \sigma_{Q,t}^{[\max]}$ – верхнее ограничение, где $\bar{Q}_t$ – математическое ожидание отбора, σ_t – среднеквадратическое отклонение отбора.

¹Венцель Е. С. Теория вероятностей: учебник. М.: Высш. шк., 2001. 575 с.;

Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник. М.: Наука, 1979. 496 с.;

Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. 573 с.

²Там же.

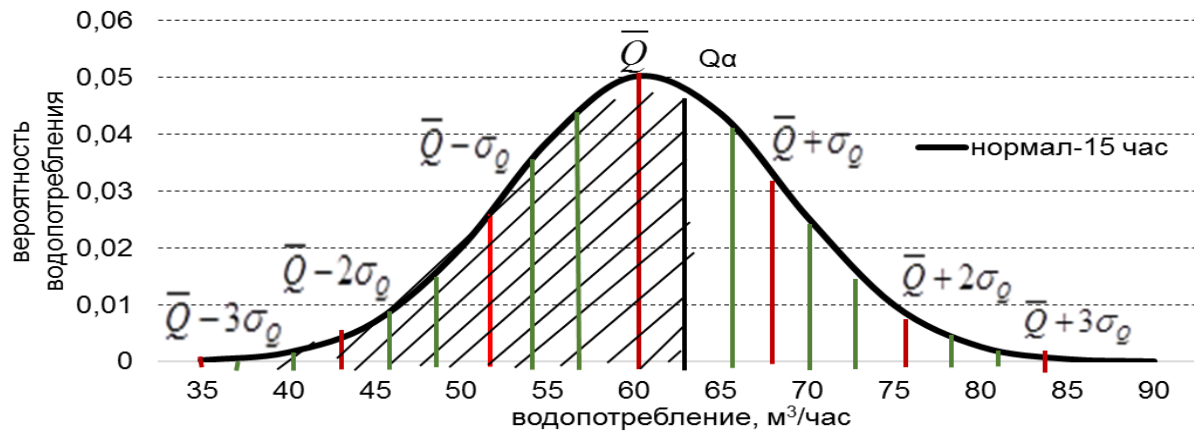


Рис. 1. Плотность распределения вероятности узлового отбора воды часа t

Fig. 1. Probability density distribution of nodal water withdrawal of hour t

Распределение вероятности водопотребления каждого часа в течение суток, представленного на рис. 1, рассекается на несколько k равных интервалов $[\alpha_s - 1; \alpha_s]$, с размером каждого $\sigma_{j,t} / 3$. Сечения на рис. 1 обозначены красными и зелеными линиями. k составит 18, α_s сечений – 19. Узловой отбор по α_s :

$$Q_{j,\alpha_s,t} = \bar{Q}_{j,t} - 3 \cdot \sigma_{j,t} + \alpha_s \cdot \sigma_{j,t} / 3.$$

Рассмотрим определение границ интервала отбора в пределах каждого часа.

Нижнее ограничение – α (сечение $\alpha_s - 1$):

$$Q_{j,\alpha_s-1,t}^{\text{треб}} = \bar{Q}_{j,t}^{\text{треб}} - 3 \cdot \sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}} + (\alpha_s - 1) \cdot \sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}} / 3,$$

верхнее ограничение – β (сечение α_s):

$$Q_{j,\alpha_s,t}^{\text{треб}} = \bar{Q}_{j,t}^{\text{треб}} - 3 \cdot \sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}} + \alpha_s \cdot \sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}} / 3,$$

α_s – номер сечения, t – час исследования, j – номер узла. Математическое описание плотности распределения вероятности потребления воды приведено в соответствии с нормальным законом распределения (использована функция Лапласа, ее преобразования):

$$\rho_k = \Phi\left(\frac{\beta - M(x)}{\sigma(x)}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - M(x)}{\sigma(x)}\right) = \Phi\left(\frac{Q_{j,\alpha_s,t}^{\text{треб}} - \bar{Q}_{j,t}^{\text{треб}}}{\sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}}}\right) - \Phi\left(\frac{Q_{j,\alpha_s-1,t}^{\text{треб}} - \bar{Q}_{j,t}^{\text{треб}}}{\sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}}}\right) = \Phi\left(\frac{\bar{Q}_{j,t}^{\text{треб}} - 3 \cdot \sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}} + \alpha_s \cdot \sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}} / 3 - \bar{Q}_{j,t}^{\text{треб}}}{\sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}}}\right) - \Phi\left(\frac{\bar{Q}_{j,t}^{\text{треб}} - 3 \cdot \sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}} + (\alpha_s - 1) \cdot \sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}} / 3 - \bar{Q}_{j,t}^{\text{треб}}}{\sigma_{Q,j,t}^{\text{треб}}}\right) = \Phi(-3 + \alpha_s / 3) - \Phi(-3 + (\alpha_s - 1) / 3)$$

$$\rho_k = p_{j,\alpha_s,t}^{\text{обеспечения}} - p_{j,\alpha_s-1,t}^{\text{обеспечения}} = 0,5 \pm \Phi(-3 + \alpha_s / 3) - (0,5 \pm \Phi(-3 + (\alpha_s - 1) / 3)) = \Phi(-3 + \alpha_s / 3) - \Phi(-3 + (\alpha_s - 1) / 3),$$

где ρ_k – вероятность появления интервала между сечениями α_{s-1} и α_s ; $\Phi(X)$ – функция Лапласа (табличные величины).

Часовые узловые отборы приобретают вид, представленный ниже.

Отбор $Q_{j,k,t}$ в интервале k :

$$Q_{j,k,t} = (Q_{j,\alpha_s,t} + Q_{j,\alpha_s-1,t}) / 2.$$

Отбор $Q_{j,t}$:

$$Q_{j,t} = \sum_{k=1}^{18} Q_{j,k,t} \cdot \rho_k,$$

$$\text{где } \rho_k = \Phi(-3 + \alpha_s / 3) - \Phi(-3 + (\alpha_s - 1) / 3),$$

где t – исследуемый час; $Q_{j,k,t}$ – часовой узловой отбор воды $Q_{j,t}$ в интервале k по результатам гидравлического расчета, j – номер узла.

Рассмотрим математическую модель вероятностного распределения потоков.

Системой уравнений, представляющих собой законы Кирхгофа, по каждому сечению $\alpha_s [0, \dots, 18]$ представлено описание процесса распределения потоков X по ветвям i :

$$\begin{cases} AX_{\alpha_s,t} = Q_{\alpha_s,t} \\ A^T P_{\alpha_s,t} = S X_{\alpha_s,t}^2 - H_t \end{cases},$$

при $A - (m - 1) \times n$ – матрица инцидентий «узлы – ветви» с элементами a_{ij} ; $X - n$ – вектор расходов на ветвях с элементами $x_{i,t}$; $H - n$ – вектор действующих напоров на ветвях с элементами $H_{i,t}$; $P - (m - 1)$ – мерный вектор узловых давлений с элементами $P_{j,t}$; $Q - (m - 1)$ – мерный вектор узловых отборов с элементами $Q_{j,\alpha,t} = f(t, \alpha_s, P_j)$:

$$Q_{j,\alpha_s,t} = \begin{cases} Q_{j,\alpha_s,t}^*, & \text{если } P_{j,\alpha_s,t} \geq P_j^*, \\ Q_{j,\alpha_s,t} (P_{j,\alpha_s,t}), & \text{если } Z_j < P_{j,\alpha_s,t} < P_j^*, \\ 0, & \text{если } P_{j,\alpha_s,t} \leq Z_j, \end{cases} \quad (12)$$

где Z_j – геодезическая отметка поверхности земли, м; $Q_{j,\alpha_s,t}^*$ – требуемый отбор, м³/час; P_j^* – требуемый свободный напор, м.

Для поиска доказательств справедливости использования разработанной модели требуется проведение следующих мероприятий:

1. Согласно существующей и исследуемой методикам на примере СПРВ по вероятностным отборам провести распределение потоков. Определить расходы воды по участкам и располагаемые напоры воды в узлах.

2. Провести сопоставление значений параметров, полученных в результате расчета по разным методикам. Сделать вывод о справедливости использования разработанной математической модели для описания вероятностных процессов, происходящих в СПРВ.

Предположим, отбор воды одним узлом-потребителем имеет распределение, представленное на рис. 2.

В данном случае количество интервалов int при распределении отбора воды одного узла – 6.

Систему, состоящую из двух узлов с одинаковыми отборами и их вероятностным распределением, можно представить на рис. 3.

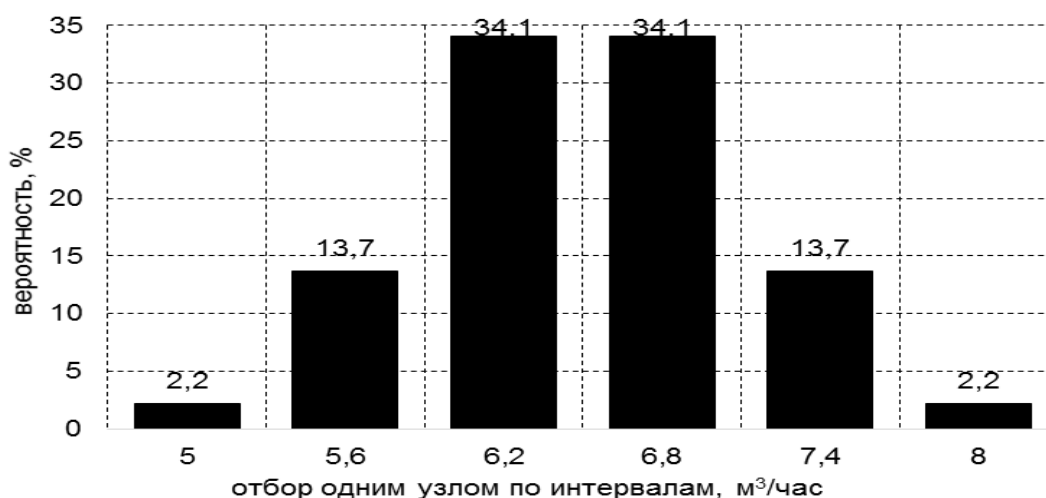


Рис. 2. Гистограмма распределения вероятности отбора воды одним узлом
Fig. 2. Histogram of the probability distribution of water withdrawal by one node

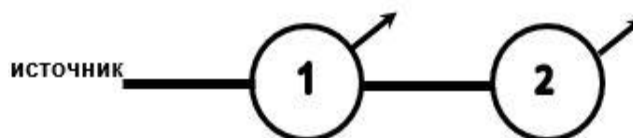


Рис. 3. Схема системы подачи и распределения воды из двух узлов
Fig. 3. Scheme of a water supply and distribution system from two nodes

Отбор воды такой системой равен сумме отборов отдельных узлов $Q_{СПРВ} = Q_1 + Q_2$ с учетом их совместных вероятностных составляющих $P_1 \cdot P_2$, иначе говоря:

$$Q_{спрв} = \sum_{j=1}^2 Q_{j,int} \cdot \prod_{j=1}^2 P_{j,int},$$

где j – номер узла, int – номер интервала.

Для представленной выше схемы образуются комбинации, приведенные в табл. 1.

Количество комбинаций k определяется по формуле:

$$k = n^m,$$

где n – количество интервалов; m – количество узлов.

В данном случае $k = 6^2 = 36$.

После суммирования отборов воды отдельных узлов по вышеуказанным комбинациям интервалов и определения вероятности совместного наступления этих комбинаций было образовано распределение отборов воды системой. Итог представлен в табл. 2.

Таблица 1. Комбинации отборов воды из системы, состоящей из двух узлов

Table 1. Combinations of water withdrawals from a system consisting of two units

Комбинации по интервалам	Отборы по интервалам, м ³ /час	Вероятность распределения
1. $(Q_{1,1} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,1}$	5,0 + 5,0 = 10,0	0,022 · 0,022 = 0,000484
2. $(Q_{1,1} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,2}$	5,0 + 5,6 = 10,6	0,022 · 0,137 = 0,003014
3. $(Q_{1,1} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,3}$	5,0 + 6,2 = 11,2	0,022 · 0,341 = 0,007502
4. $(Q_{1,1} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,4}$	5,0 + 6,8 = 11,8	0,022 · 0,341 = 0,007502
5. $(Q_{1,1} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,5}$	5,0 + 7,4 = 12,4	0,022 · 0,137 = 0,003014
6. $(Q_{1,1} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,6}$	5,0 + 8,0 = 13,0	0,022 · 0,022 = 0,000484
7. $(Q_{1,2} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,1}$	5,6 + 5,0 = 10,6	0,137 · 0,022 = 0,003014
8. $(Q_{1,2} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,2}$	5,6 + 5,6 = 11,2	0,137 · 0,137 = 0,018769
9. $(Q_{1,2} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,3}$	5,6 + 6,3 = 11,8	0,137 · 0,341 = 0,046717
10. $(Q_{1,2} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,4}$	5,6 + 6,8 = 12,4	0,137 · 0,341 = 0,046717
11. $(Q_{1,2} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,5}$	5,6 + 7,4 = 13,0	0,137 · 0,137 = 0,018769
12. $(Q_{1,2} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,6}$	5,6 + 8,0 = 13,6	0,137 · 0,022 = 0,003014
13. $(Q_{1,3} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,1}$	6,2 + 5,0 = 11,2	0,341 · 0,022 = 0,007502
14. $(Q_{1,3} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,2}$	6,2 + 5,6 = 11,8	0,341 · 0,137 = 0,046717
15. $(Q_{1,3} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,3}$	6,2 + 6,2 = 12,4	0,341 · 0,341 = 0,116281
16. $(Q_{1,3} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,4}$	6,2 + 6,8 = 13,0	0,341 · 0,341 = 0,116281
17. $(Q_{1,3} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,5}$	6,2 + 7,4 = 13,6	0,341 · 0,137 = 0,046717
18. $(Q_{1,3} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,6}$	6,2 + 8,0 = 14,2	0,341 · 0,022 = 0,007502
19. $(Q_{1,4} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,1}$	6,8 + 5,0 = 11,8	0,341 · 0,022 = 0,007502
20. $(Q_{1,4} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,2}$	6,8 + 5,6 = 12,4	0,341 · 0,137 = 0,046717
21. $(Q_{1,4} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,3}$	6,8 + 6,2 = 13,0	0,341 · 0,341 = 0,116281
22. $(Q_{1,4} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,4}$	6,8 + 6,8 = 13,6	0,341 · 0,341 = 0,116281
23. $(Q_{1,4} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,5}$	6,8 + 7,4 = 14,2	0,341 · 0,137 = 0,046717
24. $(Q_{1,4} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,6}$	6,8 + 8,0 = 14,8	0,341 · 0,022 = 0,007502
25. $(Q_{1,5} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,1}$	7,4 + 5,0 = 12,4	0,137 · 0,022 = 0,003014
26. $(Q_{1,5} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,2}$	7,4 + 5,6 = 13,0	0,137 · 0,137 = 0,018769
27. $(Q_{1,5} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,3}$	7,4 + 6,2 = 13,6	0,137 · 0,341 = 0,046717
28. $(Q_{1,5} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,4}$	7,4 + 6,8 = 14,2	0,137 · 0,341 = 0,046717
29. $(Q_{1,5} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,5}$	7,4 + 7,4 = 14,8	0,137 · 0,137 = 0,018769
30. $(Q_{1,5} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,6}$	7,4 + 8,0 = 15,4	0,137 · 0,022 = 0,003014
31. $(Q_{1,6} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,1}$	8,0 + 5,0 = 13,0	0,022 · 0,022 = 0,000484
32. $(Q_{1,6} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,2}$	8,0 + 5,6 = 13,6	0,022 · 0,137 = 0,003014
33. $(Q_{1,6} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,3}$	8,0 + 6,2 = 14,2	0,022 · 0,341 = 0,007502
34. $(Q_{1,6} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,4}$	8,0 + 6,8 = 14,8	0,022 · 0,341 = 0,007502
35. $(Q_{1,6} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,5}$	8,0 + 7,4 = 15,4	0,022 · 0,137 = 0,003014
36. $(Q_{1,6} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,6}$	8,0 + 8,0 = 16,0	0,022 · 0,022 = 0,000484
Всего	–	1,000000

Таблица 2. Распределение вероятности интервалов совместных отборов воды двумя узлами

Table 2. Probability distribution of intervals of joint water withdrawals by two nodes

Комбинации	Отбор, м ³ /час	Вероятность распределения
$(Q_{1,1} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,1}$	10	0,000484
$(Q_{1,1} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,2} + (Q_{1,2} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,1}$	10,6	0,006028
$(Q_{1,1} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,3} + (Q_{1,2} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,2} + (Q_{1,3} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,1}$	11,2	0,033773
$(Q_{1,1} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,4} + (Q_{1,2} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,3} + (Q_{1,3} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,2} + (Q_{1,4} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,1}$	11,8	0,108438
$(Q_{1,1} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,5} + (Q_{1,2} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,4} + (Q_{1,3} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,3} + (Q_{1,4} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,2} + (Q_{1,5} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,1}$	12,4	0,215743

Окончание таблицы 2

Комбинации	Отбор, м ³ /час	Вероятность распределения
$(Q_{1,1} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,1} \cdot P_{2,6} + (Q_{1,2} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,5} + (Q_{1,3} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,4} + (Q_{1,4} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,3} + (Q_{1,4} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,2} + (Q_{1,6} + Q_{2,1}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,1}$	13	0,271743
$(Q_{1,2} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,2} \cdot P_{2,6} + (Q_{1,3} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,5} + (Q_{1,4} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,4} + (Q_{1,5} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,3} + (Q_{1,6} + Q_{2,2}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,2}$	13,6	0,215743
$(Q_{1,3} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,3} \cdot P_{2,6} + (Q_{1,4} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,5} + (Q_{1,5} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,4} + (Q_{1,6} + Q_{2,3}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,3}$	14,2	0,108438
$(Q_{1,4} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,4} \cdot P_{2,6} + (Q_{1,5} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,5} + (Q_{1,6} + Q_{2,4}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,4}$	14,8	0,033773
$(Q_{1,5} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,5} \cdot P_{2,6} + (Q_{1,6} + Q_{2,5}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,5}$	15,4	0,006028
$(Q_{1,6} + Q_{2,6}) \cdot P_{1,6} \cdot P_{2,6}$	16	0,000484
Всего	–	1,000000

Вариант распределения отборов воды двумя узлами в графическом виде представлен на рис. 4.

Аналогичным способом можно составить комбинации для любого количества узлов

m (табл. 3). Численность комбинаций в данном случае при количестве интервалов $n = 6$ составит $k = 6^m$.



Рис. 4. Гистограмма распределения вероятности отбора воды двумя узлами (по методу комбинаций)
Fig. 4. Histogram of the distribution of the probability of water withdrawal by two nodes (according to the method of combinations)

Таблица 3. Изменение числа возможных комбинаций k отборов воды в зависимости от количества узлов m

Table 3. Change in the number of possible combinations k of water withdrawals depending on the number of nodes m

Количество узлов m	1	2	3	4	5	6	7	8
Количество комбинаций k	6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616

Отбор воды из СПРВ, состоящей из m количества узлов, в общем виде можно представить следующим образом:

$$Q_{\text{спрв}} = \sum_{j=1}^m Q_{j,\text{int}} \cdot \prod_{j=1}^m P_{j,\text{int}},$$

где j – номер узла; m – количество узлов; int – номер интервала.

Увеличение количества узлов приводит к росту числа комбинаций отборов из СПРВ в геометрической прогрессии, что составляет сложность для дальнейшего использования указанного метода.

В противовес методике комбинаций рассмотрим альтернативную методику. Принят такой же состав узлов (1 и 2), их отборов (схемы на рис. 3), но распределение от-

боров воды узлами определяется по методике использования α -сечений. Для точности дальнейших расчетов проведена разбивка начального отбора одним узлом на 18 интервалов (19 сечений). Результат представлен на рис. 5.

Производится сложение отборов отдельных узлов по принятым 18 интервалам (19 сечениям). Результат представлен на рис. 6.

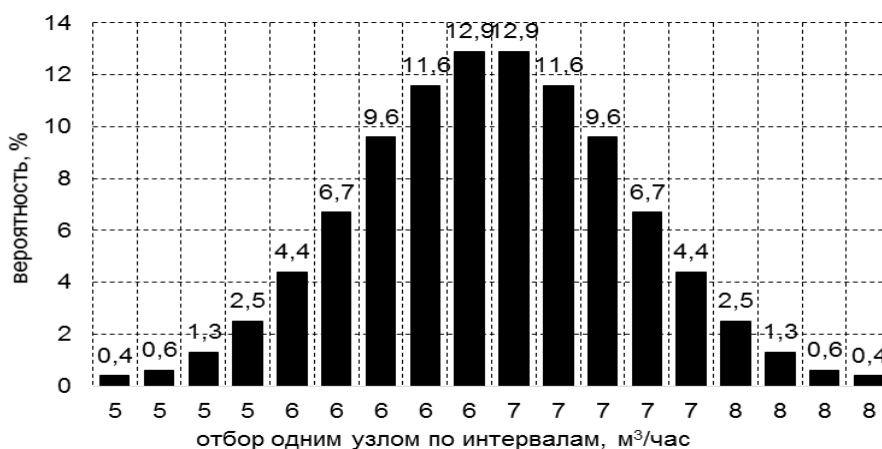


Рис. 5. Гистограмма распределения вероятности отбора воды одним узлом (по методике α -сечений)
Fig. 5. Histogram of the distribution of the probability of water withdrawal by one node (according to the method of α -sections)

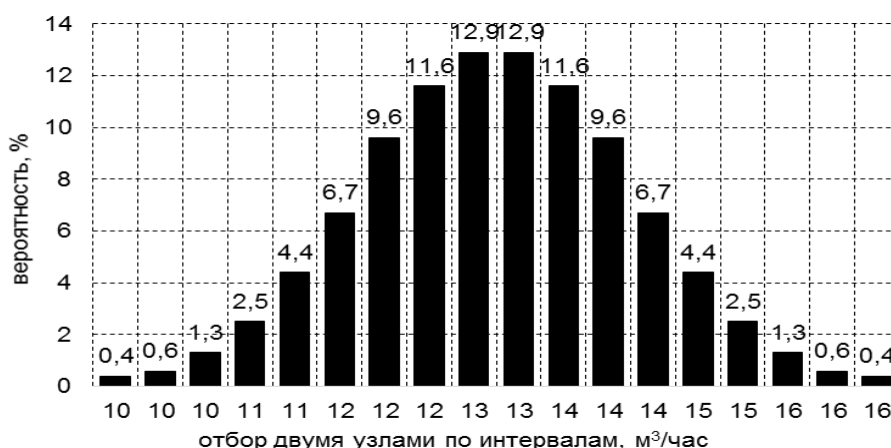


Рис. 6. Гистограмма распределения вероятности отбора воды двумя узлами (по методике α -сечений)
Fig. 6. Histogram of the distribution of the probability of water withdrawal by two nodes (according to the method of α -sections)

Количество рассматриваемых интервалов, как и при любом количестве узлов, не меняется, также составляет 18 (19 сечений).

Распределение потоков производится по отборам узлов в соответствии с их номерами сечений.

Результаты и их обсуждение

Сопоставим между собой расчетные параметры, полученные по разным методикам.

Составлен пример: система, изображенная на рис. 7, состоит из четырех узлов с одинаковыми отборами и вероятностями распределения этих отборов, представленными на рис. 2, 5. Материал труб – сталь.

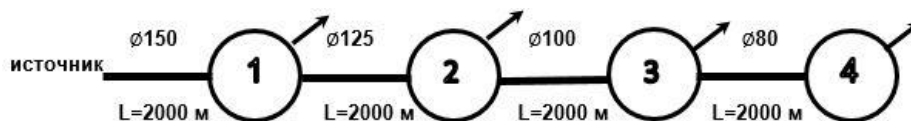


Рис. 7. Схема системы подачи и распределения воды из четырех узлов
Fig. 7. Diagram of a four-node water supply and distribution system

По разным методикам проведено распределение потоков по отборам воды, с учетом вероятности потребления воды определены

расчетные параметры, проведено их сопоставление. Результаты представлены графически на рис. 8–10.

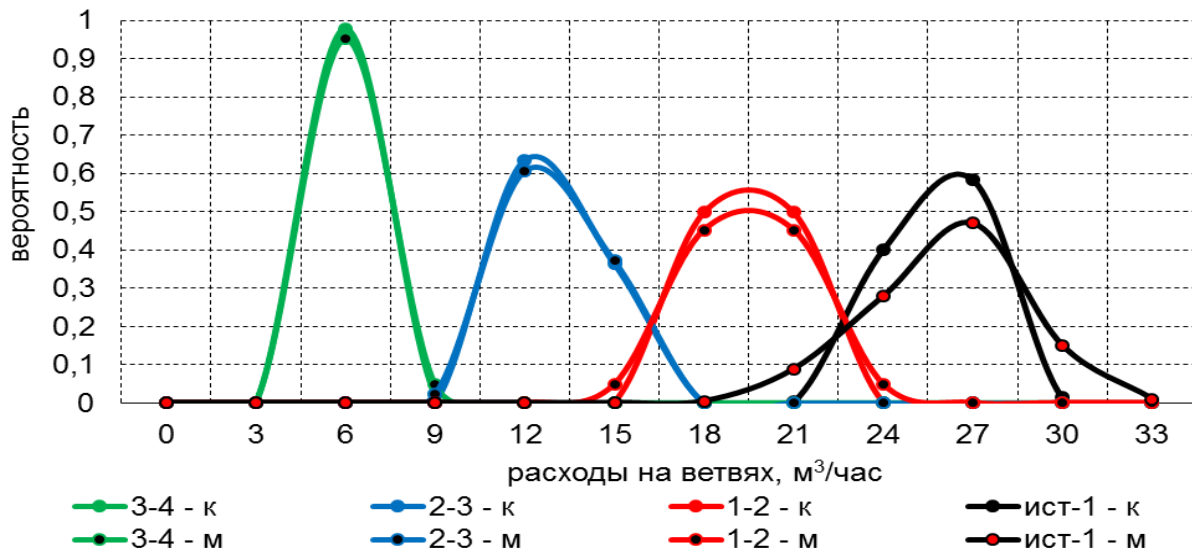


Рис. 8. Распределение вероятности отбора воды узлами (сопоставление методов)
Fig. 8. Probability distribution of water withdrawal by nodes (comparison of methods)

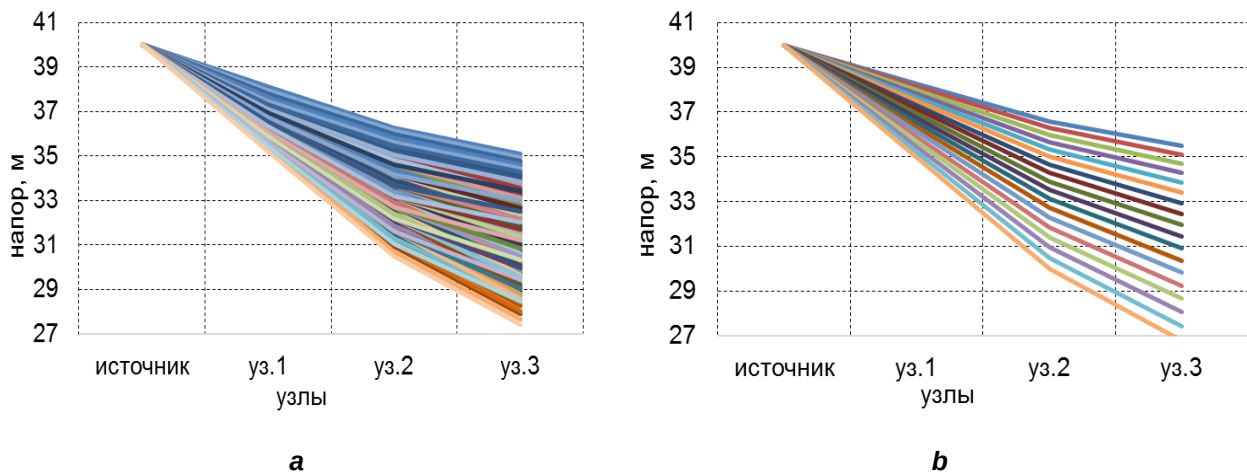


Рис. 9. Распределение напора воды в узлах: а – по методу комбинаций; б – по методу α -сечений
Fig. 9. Distribution of water pressure in the nodes: а – by the method of combinations; б – by the method of α -sections

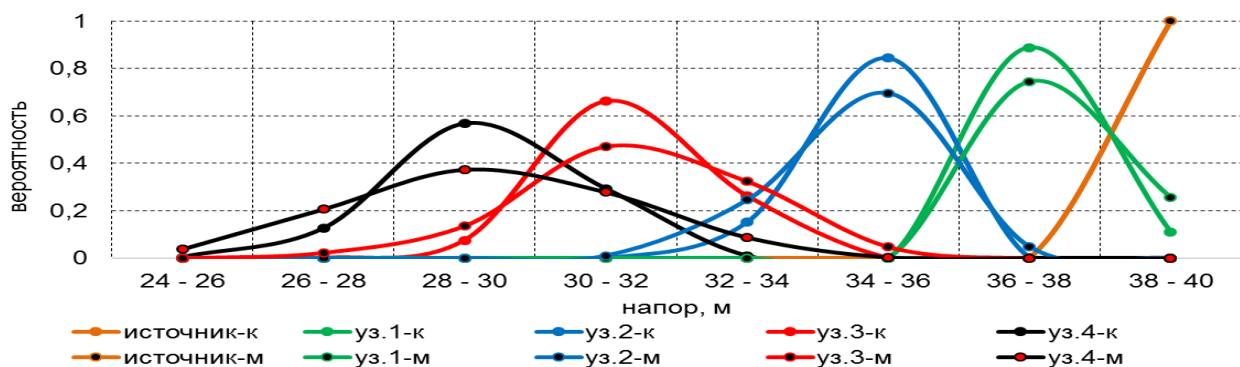


Рис. 10. Распределение вероятности напора воды в узлах (сопоставление методов)
Fig. 10. Probability distribution of water pressure in nodes (comparison of methods)

Кривые изменения параметров по методике комбинаций на рисунках обозначены с префиксом «-к», кривые изменения параметров по методике сечений – с префиксом «-м».

На полученных графиках можно видеть, что расхождения значений расчетных параметров и вероятности их наступления, определенных по разным методикам, не существенны. Это обстоятельство позволяет сделать вывод о справедливости использования методики α -сечений для вероятностного моделирования работы СПРВ. Метод сечений более прост, требует меньше труда и времени, позволяет, в отличие от других методов, определять с учетом вероятностной составляющей пониженные аварийные нормы отборов воды потребителями, использовать их при формировании вероятностных показателей надежности. Для дополнительного подтверждения справедливости использования методики α -сечений при моделировании вероятностного распределения потоков сформируем диапазон изменений вероятностного коридора отборов воды из СПРВ в зависимости от чис-

ленности потребителей. Согласно правилу 3 сигм³ практически все значения отборов лежат в интервале: $[\bar{Q} - 3\sigma_Q; \bar{Q} + 3\sigma_Q]$, где σ_Q – среднеквадратическое отклонение.

Нижний предел – $\bar{Q}_t^{[min]} - 3 \cdot \sqrt{\bar{Q}_t^{[min]} \cdot q_{0,hr}}$, верхний предел – $\bar{Q}_t^{[max]} + 3 \cdot \sqrt{\bar{Q}_t^{[max]} \cdot q_{0,hr}}$, где $q_{0,hr}$ – расход воды одним прибором, м³/час.

Границы коридора по часам максимального и минимального потребления в зависимости от численности населения представлены на рис. 11.

Исходя из рис. 11, можно считать, что при увеличении численности потребителей потоки воды на магистральных участках становятся непрерывными, сплошными, диапазоны изменения вероятностного коридора отборов воды из СПРВ приобретают линейную зависимость.

Зависимость неравномерности отбора воды из СПРВ от численности потребителей представлена на рис. 12.

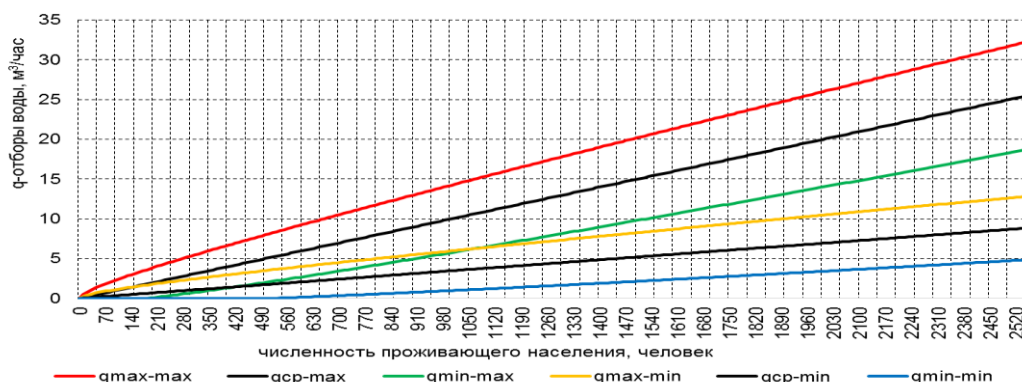


Рис. 11. Зависимость отборов воды в вероятностном коридоре от численности населения, м³/час
Fig. 11. Dependence of water withdrawals in the probability corridor on the population size, m³/h

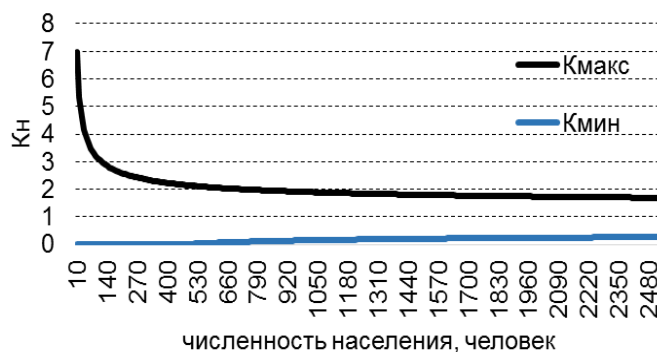


Рис. 12. Зависимость значений K_n от численности потребителей
Fig. 12. Dependence of K_n values on the number of consumers

³Венцель Е. С. Теория вероятностей: учебник. М.: Высш. шк., 2001. 575 с.;

Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник. М.: Наука, 1979. 496 с.;

Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. 573 с.

Неравномерность отборов воды при большой численности потребителей практически не меняется.

$$K_{n,\max} = \frac{\bar{Q}_t^{[\max]} + 3 \cdot \sqrt{\bar{Q}_t^{[\max]} \cdot q_{0,hr}}}{Q_{ср\text{едн}}^{\text{час}}} = \frac{\bar{Q}_t^{[\max]}}{Q_{ср\text{едн}}^{\text{час}}} + \frac{3 \cdot \sqrt{\bar{Q}_t^{[\max]} \cdot q_{0,hr}}}{Q_{ср\text{едн}}^{\text{час}}} = \frac{U \cdot q_{hr,u,t}^{[\max]} + 3 \cdot \sqrt{q_{hr,u,t}^{[\max]} \cdot q_{0,hr}}}{U \cdot q_{hr,u,t}^{[ср\text{едн}]}} \cdot \frac{\sqrt{U}}{U};$$

$$K_{n,\min} = \frac{\bar{Q}_t^{[\min]} - 3 \cdot \sqrt{\bar{Q}_t^{[\min]} \cdot q_{0,hr}}}{Q_{ср\text{едн}}^{\text{час}}} = \frac{\bar{Q}_t^{[\min]}}{Q_{ср\text{едн}}^{\text{час}}} - \frac{3 \cdot \sqrt{\bar{Q}_t^{[\min]} \cdot q_{0,hr}}}{Q_{ср\text{едн}}^{\text{час}}} = \frac{U \cdot q_{hr,u,t}^{[\min]} - 3 \cdot \sqrt{q_{hr,u,t}^{[\min]} \cdot q_{0,hr}}}{U \cdot q_{hr,u,t}^{[ср\text{едн}]}} \cdot \frac{\sqrt{U}}{U},$$

где $\bar{Q}_t^{[\max]}$; $\bar{Q}_t^{[\min]}$ – математическое ожидание отборов воды в час максимального и минимального потребления, м³/час;
 $Q_{ср\text{едн}}^{\text{час}}$ – среднечасовой отбор воды, м³/час;
 $q_{hr,u,t}$ – параметр отбора одним потребителем по часу t , м³/час; U – численность потребителей, человек.

$$\frac{\bar{Q}_t^{[\max]}}{Q_{ср\text{едн}}^{\text{час}}} = const, \quad \frac{\bar{Q}_t^{[\min]}}{Q_{ср\text{едн}}^{\text{час}}} = const.$$

Отношения математических ожиданий часовых отборов воды к среднечасовому значению отборов не зависят от численности потребителей, их можно расценивать как постоянные (рис. 13).

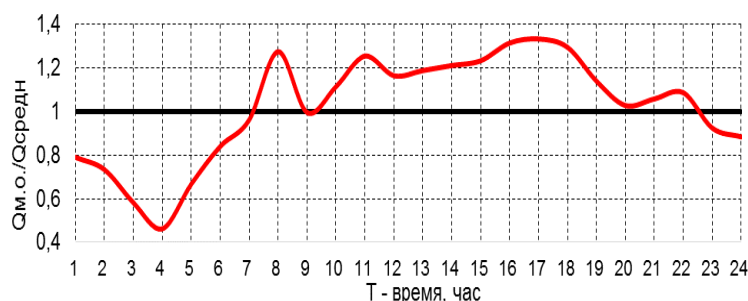


Рис. 13. Отношения математических ожиданий часовых отборов воды к среднему значению
Fig. 13. The ratio of mathematical expectations of hourly water sampling to the average value

При $U \rightarrow \infty$, $\frac{\sqrt{U}}{U} \rightarrow 0$ диапазон отклонений отборов от математических ожиданий отборов принимает линейную зависимость от численности потребителей. В таком случае описание по каждому часу t процесса вероятностного распределения потоков X по ветвям i системой уравнений, представляющих собой законы Кирхгофа, с использованием сечений α_s [0,...,18] выглядит приемлемо.

Закключение

Соответствие между собой полученных по разным методикам результатов параметров,

представленные доказательства линейности изменений вероятностного коридора отборов воды в зависимости от численности потребителей позволяют сделать вывод о справедливости использования ранее разработанной математической модели вероятностных отборов и распределения потоков по α -сечениям для описания процессов функционирования СПРВ. Модели могут быть использованы при разработке методики по оценке надежности систем подачи и распределения воды.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. 311 с.
2. Карамбиров С. Н. Математическое моделирование систем подачи и распределения воды в условиях многорежимности и неопределенности: монография. М.: МГУП, 2004. 196 с.
3. Карамбиров С. Н., Бекишева Л. Б. О некоторых статистических закономерностях водопотребления в системах водоснабжения // Природообустройство. 2012. № 4. С. 45–48.
4. Карамбиров С. Н., Буркова Ю. Г. Анализ и синтез сложных инженерных систем с применением современных математических методов: монография. М.: РГАУ-МСХА, 2016. 193 с.
5. Карамбиров С. Н., Мордясов М. А., Буркова Ю. Г. Применение кластерного анализа и нейронных сетей для анализа качества функ-

ционирования инженерных сетей в штатных и послеаварийных условиях // Природообустройство. 2014. № 3. С. 63–66.

6. Шопенский Л. А., Юрьева И. П. Построение расчетных графиков водопотребления // Водоснабжение и санитарная техника. 1985. № 11. С. 25–27.

7. Шопенский Л. А. Аналитическое описание режимов водопотребления и построения расчетных графиков // Сб. научных трудов. Вып. I. М.: ОНТИ ЦНИИЭП инженерного оборудования, 1975.

8. Евдокимов А. Г., Дубровский В. В., Тевяшев А. Д. Потокораспределение в инженерных сетях. М.: Стройиздат, 1979. 200 с.

9. Чупин Р. В., Мелехов Е. С. Развитие теории и практики моделирования и оптимизации систем водоснабжения и водоотведения: монография. Иркутск: ИрГТУ, 2011. 323 с.

10. Чупин В. Р., Малевская М. Б. Выработка рекомендаций по минимизации последствий от аварийных ситуаций в системах водоснабжения // Водоснабжение и санитарная техника. 1994. № 4. С. 8–9.

11. Душин А. С., Чупин Р. В., Майзель И. В. Комплексное моделирование случайных процессов водопотребления и возникновения аварийных ситуаций в водопроводных сетях // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2012. № 2 (3). С. 76–83.

12. Чупин В. Р., Душин А. С., Чупин Р. В. Моделирование процессов водопотребления и возникновения аварийных ситуаций в системах подачи и распределения воды // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2012. № 10 (69). С. 130–136.

13. Чупин Р. В., Майзель И. В., Душин А. С., Чупин В. Р. Нормирование расчетных удельных значений потребления воды и сброса стоков // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2015. № 4 (15). С. 171–191.

14. Абрамов Н. Н. Надежность систем водоснабжения. М.: Стройиздат, 1979. 232 с.

15. Чупин Р. В., Душин А. С. Оценка надежности обеспечения потребителей водой // Водоснабжение и санитарная техника. 2017. № 12. С. 35–44.

16. Чупин В. Р., Душин А. С. Оценка надежности обеспечения потребителей водой. Разработка показателей надежности водоснабжения потребителей // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2019. Т. 9. № 3. С. 578–593. <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2019-3-578-593>.

17. Чупин В. Р., Душин А. С. Оптимизация параметров новых и реконструируемых систем подачи и распределения воды с учетом бесперебойного водоснабжения потребителей // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2019. Т. 9. № 4 (31). С. 790–803. <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2019-4-790-803>.

18. Чупин В. Р., Душин А. С. Оценка и повышение эксплуатационной надежности системы подачи и распределения воды в микрорайоне Иркутск-II г. Иркутска // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2021. Т. 11. № 1 (36). С. 112–125. <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2021-1-112-125>.

REFERENCES

1. Sobol' IM. Numerical Monte Carlo Methods. Moscow: Nauka; 1973. 311 p. (In Russ.).

2. Karambirov SN. Mathematical modeling of water supply and distribution systems under conditions of multi-mode and uncertainty. Moscow: MSUPA; 2004. 197 p. (In Russ.).

3. Karambirov SN, Bekisheva LB. About some statistical regularities of water consumption in water supply systems. *Prirodoobustroistvo*. 2012;4:45-48. (In Russ.).

4. Karambirov SN, Burkova YuG. Analysis and synthesis of complex engineering systems using modern mathematical methods. Moscow: RGAU-MSKhA; 2015. 193 p. (In Russ.).

5. Karambirov SN, Mordyasov MA, Burkova YuG. Usage of cluster analysis and neural networks for the analysis of the quality of engineering networks functioning under normal and postemer-

gency states. *Prirodoobustroistvo*. 2014;3:63-66. (In Russ.).

6. Shopenskii LA, Yur'eva IP. Construction of calculated water consumption schedules. *Vodosnabzhenie i sanitarnaya tekhnika = Water supply and sanitary technique*. 1985;11:25-27. (In Russ.).

7. Shopenskii LA. Analytical description of water consumption modes and construction of calculated graphs. *Sb. nauchnykh trudov*. Vol. 1. Moscow: ONTI TsNIIEP inzhenernogo oborudovaniya; 1975. (In Russ.).

8. Evdokimov AG, Dubrovskii VV, Tevyashev AD. Flow distribution in engineering networks. Moscow: Stroiizdat; 1979. 200 p. (In Russ.).

9. Chupin RV, Melekhov ES. Development of the theory and practice of modeling and optimization of water supply and sanitation systems. Irkutsk: ISTU; 2011. 323 p. (In Russ.).

10. Chupin VR, Malevskaya MB. Development of recommendations for minimizing the consequences of emergencies in water supply systems. *Vodosnabzhenie i sanitarnaya tekhnika = Water supply and sanitary technique*. 1994;4:8-9. (In Russ.).
11. Dushin AS, Chupin RV, Maizel' IV. Complex modeling of random water use processes and accidental situations in water-supply systems. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost' = Proceedings of Universities. Investment. Construction. Real estate*. 2012;2(3):76-83. (In Russ.).
12. Chupin VR, Dushin AS, Chupin RV. Modeling water consumption and emergencies in water supply and distribution systems. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta = Proceedings of Irkutsk State Technical University*. 2012;10(69):130-136. (In Russ.).
13. Chupin RV, Maizel' IV, Dushin AS, Chupin VR. Calculation rating of specific values of water consumption and effluent discharge. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost' = Proceedings of Universities. Investment. Construction. Real estate*. 2015;4(15):171-191. (In Russ.).
14. Abramov NN. Reliability of water supply systems. Moscow: Stroizdat; 1979. 232 p. (In Russ.).
15. Chupin RV, Dushin AS. Assessment of the customer water supply reliability. *Vodosnabzhenie i sanitarnaya tekhnika = Water supply and sanitary technique*. 2017;12:35-44. (In Russ.).
16. Chupin VR, Dushin AS. Assessment of the reliability of water supply to consumers: water supply reliability indicators. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost'*. 2019;9(3): 578-593. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2019-3-578-593>.
17. Chupin VR, Dushin AS. Parameter optimisation for new and reconstructed systems of water supply and distribution for ensuring consumer's uninterrupted water supply. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost' = Proceedings of Universities. Investment. Construction. Real estate*. 2019;9(4):790-803. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2019-4-790-803>.
18. Chupin VR, Dushin AS. Assessment and improvement of the operational reliability of the water supply and distribution system in the Irkutsk-II microdistrict of the Irkutsk city. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost' = Proceedings of Universities. Investment. Construction. Real estate*. 2021;11(1):112-125. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2021-1-112-125>.

Информация об авторе

А. С. Душин,
инженер-строитель,
ООО «Сетевая компания «ИРКУТ»»,
664020, г. Иркутск, ул. Авиастроителей, 28А,
Россия,
<https://orcid.org/0000-0001-7307-5167>

Information about the author

Aleksei S. Dushin,
Civil Engineer,
LLC Network company "IRKUT",
28A Aviastroiteley St., Irkutsk 664020, Russia,
<https://orcid.org/0000-0001-7307-5167>

Вклад автора

Душин А. С. провел исследование, подготовил рукопись к печати и несет ответственность за плагиат.

Contribution of the author

Dushin A. S. has conducted the study, prepared the manuscript for publication and bears the responsibility for plagiarism.

Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interests

The author declares no conflict of interests regarding the publication of this article.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

The final manuscript has been read and approved by the author.

Статья поступила в редакцию 07.02.2022.
Одобрена после рецензирования 03.03.2022.
Принята к публикации 04.03.2022.

The article was submitted 07.02.2022.
Approved after reviewing 03.03.2022.
Accepted for publication 04.03.2022.