



Современные подходы к топологической оптимизации несущих конструкций монолитных железобетонных зданий и сооружений

И.Д. Бурбанов^{1✉}, Т.Л. Дмитриева²

^{1,2}Иркутский национальный исследовательский технический университет, Иркутск, Россия

Аннотация. Топологическая оптимизация представляет собой математический инструмент проектирования, который позволяет автоматизировать поиск оптимального распределения материала в заданной области с учетом его свойств, приложенных нагрузок, пограничных условий и ограничений по прочности и жесткости с целью достижения максимальной эффективности работы конструкции. Применение топологической оптимизации к проектированию монолитных железобетонных конструкций представляет собой важное направление развития строительной науки и инженерной практики. Целью статьи является систематизация и анализ основных современных подходов, методов и алгоритмов топологической оптимизации, применяемых при проектировании монолитных железобетонных конструкций зданий и сооружений. В ходе работы проведен анализ научной литературы, включающей статьи и технические отчеты, который показал, что применение топологической оптимизации к проектированию монолитных железобетонных конструкций позволяет достичь снижения материалоемкости до 16–30 % при обеспечении всех требуемых критериев прочности и надежности конструкций. Таким образом, данный подход является мощным инструментом, позволяющим снизить расход материала при сохранении несущей способности конструкций. Перспективными направлениями является интеграция исследований с технологиями искусственного интеллекта. Статья может быть полезна для проектировщиков, научных работников и аспирантов, исследования которых связаны с вопросами оптимизации.

Ключевые слова: топологическая оптимизация, железобетонные конструкции, искусственный интеллект, машинное обучение, экономия материала, проектирование зданий

Для цитирования: Бурбанов И.Д., Дмитриева Т.Л. Современные подходы к топологической оптимизации несущих конструкций монолитных железобетонных зданий и сооружений // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2025. Т. 15. № 4. С. 666–674. <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2025-4-666-674>. EDN: ODUQZP.

Original article

Modern approaches to topological optimization of load-bearing structures of monolithic reinforced concrete buildings and structures

Ilya D. Burbanov^{1✉}, Tatyana L. Dmitrieva²

^{1,2}Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russia

Abstract. Topological optimization is a mathematical design tool that allows you to automate the search for the optimal distribution of a material in a given area, taking into account its properties, applied loads, boundary conditions, and limitations on strength and rigidity in order to maximize the efficiency of the structure. The application of topological optimization to the design of monolithic reinforced concrete structures is an important direction in the development of construction science and engineering practice. The purpose of the article is to systematize and analyze the main modern approaches, methods and algorithms of topological optimization used in the design of monolithic reinforced concrete structures of buildings and structures. In the course of the work, an analysis of scientific literature, including articles and technical reports, was carried out, which showed that the application of topological optimization to the design of monolithic reinforced concrete structures makes it possible to achieve a reduction in material consumption of up to 16–30 % while ensuring all the required criteria for strength and reliability of structures. Thus, this approach is a powerful tool to reduce material consumption while maintaining the load-

© Бурбанов И.Д., Дмитриева Т.Л., 2025

bearing capacity of structures. Promising areas are the integration of research with artificial intelligence technologies. The article may be useful for designers, researchers, and graduate students whose research is related to optimization issues.

Keywords: topological optimization, reinforced concrete structures, artificial intelligence, machine learning, saving of material, structural design

For citation: Burbanov I.D., Dmitrieva T.L. Modern approaches to topological optimization of load-bearing structures of monolithic reinforced concrete buildings and structures. *Proceedings of Universities. Investment. Construction. Real estate*. 2025;15(4):666-674. (In Russ.). <https://doi.org/10.21285/2227-2917-2025-4-666-674>. EDN: ODUQZP.

ВВЕДЕНИЕ

Инженерное проектирование всегда стремилось к созданию конструкций с оптимальными параметрами. Первоначально топологическая оптимизация (ТО) получила признание в аэрокосмической области, но с развитием вычислительных средств и аддитивных технологий ее начали внедрять в другие отрасли, включая машиностроение и строительство. Железобетон, будучи одним из основных строительных материалов на сегодняшний день, обладает специфическими особенностями, требующими специального подхода к оптимизации конструкций, выполненных из него. Данная обзорная статья посвящена комплексному рассмотрению методов топологической оптимизации применительно к монолитным железобетонным конструкциям зданий и сооружений. Актуальность темы обусловлена необходимостью снижения материалоемкости строительных конструкций при обеспечении их надежности, что требует развития новых методов проектирования.

МЕТОДЫ

В ходе работы был проведен анализ научной литературы. Поиск релевантной мировой литературы осуществлялся путем составления списка терминов по предметной области, который сопоставлялся с наиболее часто употребляемыми ключевыми словами в реферативных базах научного цитирования.

В результате поиск проводился по этим базовым ключевым словам. В результате было отобрано 26 релевантных источников литературы.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Историческое развитие топологической оптимизации как научной дисциплины началось в 90-х годах прошлого века с работы ученых Бендсе и Кикучи, которые предложили использование метода гомогенизации для определения оптимального распределения материала в расчетной области [1].

В последующие два десятилетия научные исследования в области топологической оптимизации сосредотачивались главным образом

на совершенствовании математических методов и численных алгоритмов. Была разработана целая серия методов, включая метод штрафа для твердого изотропного тела (Solid Isotropic Material with Penalization – SIMP) [2], методы эволюционной оптимизации конструкций (ESO и BESO) [3, 4], метод множества уровней (Level-set) [5], метод рациональной аппроксимации свойств материала (Rational Approximation of Material Properties) [6] и др.

Методы топологической оптимизации конструкций

Метод SIMP является одним из наиболее распространенных. Здесь расчетная область разбивается на конечные элементы, каждому из которых присваивается переменная плотности материала. Элементам с плотностью, близкой к нулю, соответствует отсутствие материала, а элементам с плотностью 1 – наличие материала.

Данный метод позволяет получить дискретные распределения материала при использовании адекватных фильтров чувствительности. Он может привести к появлению эффекта «шахматной доски» в результатах, что требует применения специальных техник регуляризации [7].

Метод BESO является дискретным методом топологической оптимизации, основанным на последовательном удалении и добавлении конечных элементов [4].

На каждой итерации алгоритма элементы с наименьшим показателем эффективности удаляются из конструкции (фаза удаления), а элементы на границе между материалом и пустотой добавляются (фаза добавления).

К преимуществам данного метода относят простоту реализации, минимальные требования к вычислительным ресурсам и способность генерировать физически реалистичные и практически приемлемые топологии.

Недостатками являются зависимость результатов от начального распределения материала и необходимость тщательной калибровки параметров алгоритма до достижения сходимости. Метод ESO, предшествовавший

методу BESO, базируется на последовательном удалении малоэффективных элементов и был одним из первых дискретных методов топологической оптимизации. Хотя позже он был вытеснен методом BESO, обладающим лучшей способностью управления результатом оптимизации благодаря фазе добавления, метод ESO остается полезным для предварительной концептуальной оптимизации [3].

Метод множества уровней (Level-set) использует неявное описание границы между материалом и пустотой через функцию расстояния. Граница описывается как нулевой уровень скалярной функции, определенной на всей расчетной области.

Основное преимущество метода заключается в том, что он автоматически обеспечивает четкое разделение между материалом и пустотой без необходимости использования штрафных функций. Это помогает избегать появления промежуточных значений плотности и позволяет получить топологии с четкими границами материала. Метод множества уровней может быть объединен с анализом топологической чувствительности, что позволяет систематически обновлять границу конструкции на основе изменений глобальных показателей производительности при локальных топологических возмущениях [5].

Метод рациональной аппроксимации свойств материала (RAMP), как альтернатива методу SIMP, использует улучшенную функцию интерполяции свойств материала [6, 8], обладает лучшей физической обоснованностью и часто требует меньшего числа итераций для сходимости, чем метод SIMP. Он может быть менее критичен в удалении промежуточных плотностей.

Основные принципы анализа чувствительности в топологической оптимизации

Анализ чувствительности является критически важным компонентом любого алгоритма топологической оптимизации, поскольку он определяет производные целевой функции и функций ограничений по переменным проектирования (плотностям элементов или параметрам множества уровней).

Эти производные определяют направление и скорость изменения оптимизируемых функций, что позволяет алгоритму оптимизации выбирать направление наиболее быстрого улучшения [9].

Для задач с большим числом ограничений или ограничений, зависящих от напряжений, используются сопряженные методы расчета чувствительности.

Эти методы позволяют вычислить производные по всем переменным проектирования

за счет решения дополнительной системы уравнений, число которых не зависит от числа переменных проектирования. Сопряженный метод основан на принципе виртуальной работы и теории двойственности в оптимизации. Он позволяет эффективно вычислять градиенты даже для больших систем уравнений и является стандартным инструментом в современных коммерческих программных пакетах оптимизации [10].

Прямое использование значений чувствительности часто приводит к нежелательным эффектам, таким как эффект «шахматной доски» (чередование элементов с материалом и без материала в соседних позициях) [7] и зависимости результата от размера конечно-элементной сетки. Для устранения этих эффектов используются фильтры чувствительности, которые усредняют значения чувствительности соседних элементов в пределах определенного радиуса фильтрации. Это эквивалентно применению фильтра низких частот к полю чувствительности, что удаляет высокочастотные компоненты (соответствующие эффекту «шахматной доски») [11].

Особенности оптимизации железобетонных конструкций

Применение методов топологической оптимизации к железобетонным конструкциям сопряжено с рядом специфических вызовов, отличающих эту задачу от оптимизации однородных материалов:

- композитная природа материала – железобетон состоит из двух материалов с существенно различными свойствами: бетона и арматурной стали. Это требует использования специальных моделей взаимодействия между компонентами при решении задач оптимизации;

- физическая нелинейность – моделирование работы железобетона требует учета нелинейной связи между напряжениями и деформациями – нелинейность требует применения итерационных методов расчета и усложняет процедуру поиска оптимального решения;

- различное поведение при растяжении и сжатии – прочность бетона при сжатии значительно превышает его прочность при растяжении (в 10–15 раз). Это требует введения асимметричных ограничений в задачу оптимизации;

- ограничения по технологии изготовления – в отличие от аэрокосмических конструкций, где возможны сложные геометрические формы, железобетонные конструкции, изготавливаемые с помощью традиционной щитовой опалубки, имеют ограничения по форме и ориентации конструктивных элементов. Необходимо обеспечить возможность размещения

опалубки и ее снятия, а также возможность виброуплотнения бетона.

Практическое применение топологической оптимизации в проектировании железобетонных конструкций

Одной из классических прикладных задач ТО в строительстве является задача оптимизации балок [12]. Использование методов SIMP и BESO позволяет определить оптимальное распределение бетона и арматуры для балок различной конфигурации нагружения. Практические примеры показывают возможность снижения материалоемкости балок на 30 % при неизменном обеспечении их несущей способности. Результаты оптимизации служат основой для разработки новых конструктивных схем, которые могут быть практически реализованы [13]. Аналогичная задача топологической оптимизации балки также была решена методом, основанным на методе SIMP [14].

В статье [15] предлагается новый подход к топологической оптимизации ребристых плит и оболочек с использованием объемных конечных элементов и ограничений соответствия (mapping constraint), который позволяет избежать появления изолированных ребер и повысить эффективность конструкций. Подход реализован в трех методах ТО – SIMP, Robust SIMP и BESO. Численные эксперименты показали, что подход с BESO демонстрирует наилучшие результаты. Использование объемных конечных элементов (КЭ) увеличивает вычислительные затраты на 36 % по сравнению с оболочечными моделями. Подход также был успешно применен к криволинейным оболочкам, что открывает возможности для создания эффективных конструкций.

В статье [16] продемонстрирован генетический алгоритм оптимизации расположения арматуры в плите перекрытия, который позволяет на выходе получать несколько схем армирования, а также общий расход и количество типов используемых арматурных стержней. Так как железобетон является биматериалом, данную задачу можно отнести к одной из задач топологической оптимизации железобетонных конструкций.

Одним из подходов к топологической оптимизации является использование модели распорки и тяжей (Strut-and-Tie model), которая приводит железобетонную конструкцию к ферменной аналогии [17].

Такой подход применительно к топологической оптимизации железобетонных балок-стенок (с отверстиями и без), промежуточных опор мостов, а также к стеновым диафрагмам был описан в статьях [18–21].

В работе [22] представлен метод топологической оптимизации плоских железобетонных рам. В изначальной расчетной схеме колонны имеют минимальный шаг и максимально близко расположены друг к другу. Суть метода заключается в итеративном удалении мало нагруженных колонн с перерасчетом на каждом шаге. Было отмечено, что вариант топологии схемы, получившийся на выходе, соответствует конфигурации с минимальной стоимостью.

В статье [23] продемонстрирован аналогичный, но более комплексный подход к топологической оптимизации железобетонных многоэтажных плоских рам на основе модифицированного генетического алгоритма. При использовании данного метода на первом этапе случайно исключаются группы конструктивных элементов, после чего происходит изменение расположения оставшихся конструкций в проектном пространстве, а также их параметрическая оптимизация.

В работе [24] описан подход к топологической оптимизации каркаса железобетонных многоэтажных зданий, основанный на методе ESO.

Суть данного подхода заключается в итерационном удалении определенного процента колонн из исходной компоновки вертикальных конструкций каркаса в плане. Данный метод позволяет достичь снижения материалоемкости конструкций на 16–18 % при сохранении всех их прочностных свойств.

В техническом отчете [25] описан подход к топологической оптимизации железобетонной стены. Также был представлен сравнительный анализ результатов испытаний исходной конструкции и топологически-оптимизированной конструкции, которую удалось выполнить с помощью опалубки, напечатанной на 3D-принтере.

Проблемы в задачах топологической оптимизации железобетонных конструкций

1. Вычислительные трудности. Решение задач топологической оптимизации с использованием нелинейных моделей материала требует проведения нелинейного анализа конструкции на каждой итерации оптимизации, что приводит к колоссальным вычислительным затратам. Даже при использовании современных вычислительных мощностей оптимизация трехмерной конструкции может потребовать несколько часов или даже суток вычислений.

2. Зависимость от сетки конечных элементов. Благодаря фильтрам чувствительности удается существенно снизить зависимость результатов оптимизации от размера конечных

элементов, но полностью избежать этой зависимости не удастся. При изменении сетки КЭ результаты оптимизации могут существенно отличаться.

3. Эффект «шахматной доски». Несмотря на применение фильтров, в некоторых случаях результаты оптимизации содержат нежелательные артефакты, такие как эффект «шахматной доски», разреженные соединения элементов и др., которые могут быть невозможными с точки зрения практического производства.

4. Интерпретация результатов оптимизации. Результаты топологической оптимизации часто представляют собой сложные трехмерные конструкции с криволинейными границами, которые трудно интерпретировать и преобразовывать в практические конструктивные схемы, пригодные для изготовления и монтажа.

5. Ограничения, связанные с методологией проектирования. Разработка оптимальной конструкции требует предварительного определения расчетных схем, нагрузок, граничных условий и системы ограничений. Любые неточности в этих исходных данных приводят к нежелательным результатам оптимизации. Это требует глубокого понимания инженером принципов работы конструкций.

Искусственный интеллект (ИИ) и машинное обучение в топологической оптимизации

Одно из основных направлений использования нейронных сетей в ТО – замещение традиционного метода конечных элементов. Сети обучаются прогнозировать распределение напряжений и деформаций в конструкциях на основе их геометрии, нагрузок и граничных условий. Это позволяет на несколько порядков ускорить процесс оптимизации [26].

Интересным представляется использование алгоритмов, основанных на применении нейронных сетей, что позволяет реализовывать поиск оптимума с самообучением [27]. При использовании нейронных сетей можно выполнять имитационное моделирование, в ходе которого будет с той или иной степенью точности определяться значение функции цели. После этого можно реализовывать различные методы оптимизации, в том числе генетические алгоритмы, методы роя и другие. В статье [28] была продемонстрирована практическая польза нейросетевых моделей в постобработке результатов топологической оптимизации конструкции детали летального аппарата. Несмотря на многообещающие результаты, применение методов ИИ к топологической оптимизации имеет ограничения. Сети должны быть обучены на достаточно большом

наборе репрезентативных данных, что требует значительных вычислительных затрат на этапе подготовки. Кроме того, аппроксимация результатов работы нейронных сетей на новые типы задач, существенно отличающихся от обучающих данных, может быть затруднена.

Вопросы физической обоснованности прогнозов нейросетей и их соответствие результатов принципам механики остаются мало исследованными и требуют дополнительного развития.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведенного обзора были сделаны следующие выводы:

1. Топологическая оптимизация представляет собой мощный и перспективный метод для оптимизации монолитных железобетонных конструкций зданий и сооружений. За четыре десятилетия развития этот метод прошел путь от теоретического любопытства до практического инструмента, используемого в различных отраслях инженерии.

2. Применение методов топологической оптимизации к железобетонным конструкциям позволяет существенно снизить расход материалов (на 16–30 % и более в зависимости от типа конструкции), оптимизировать распределение напряжений и размещение арматуры, получить новые конструктивные решения, которые было бы невозможно разработать на основе эмпирических методов и интуиции инженера.

Внедрение этих методов в практику строительного проектирования требует решения ряда вызовов и ограничений, таких как вычислительная сложность, необходимость учета специфических свойств железобетона, ограничения, связанные с технологией изготовления, и необходимость адекватной интерпретации результатов оптимизации для их применения в строительной практике.

3. Перспективными направлениями развития являются:

- развитие методов оптимизации, учитывающих нелинейное поведение материала и сложные механизмы отказа железобетонных конструкций;
- интеграция искусственного интеллекта и машинного обучения для ускорения процессов оптимизации;
- развитие методологии проектирования, которая бы органично интегрировала результаты топологической оптимизации в практический процесс разработки конструкций;
- учет в оптимизационных схемах этапности возведения сооружения в части рассмотрения вариантов расчетных схем, связанных с его монтажом.

4. Успешное применение топологической оптимизации в практике строительства требует тесного сотрудничества исследователей, инженеров-расчетчиков, конструкторов и строителей.

Только при таком комплексном подходе можно реализовать потенциал этого мощного метода для создания более эффективных, надежных и экономичных строительных конструкций.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Bendsøe M.P., Kikuchi N. Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1988. Vol. 71. Iss. 2. P. 197–224. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(88\)90086-2](https://doi.org/10.1016/0045-7825(88)90086-2).
2. Bendsøe M.P., Sigmund O. *Topology Optimization. Theory, Methods, and Applications*. Berlin: Springer, 2004. 370 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-05086-6>.
3. Xie Y.M., Steven G.P. A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization // *Computers & Structures*. 1993. Vol. 49. Iss. 5. P. 885–896. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(93\)90035-C](https://doi.org/10.1016/0045-7949(93)90035-C).
4. Liang Xia, Qi Xia, Xiaodong Huang, Yi Min Xie Bi-directional Evolutionary Structural Optimization on Advanced Structures and Materials: A Comprehensive Review // *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2018. Vol. 25. P. 437–478. <https://doi.org/10.1007/s11831-016-9203-2>.
5. Andreasen C.S., Elingaard M.O., Aage N. Level Set Topology and Shape Optimization by Density Methods Using Cut Elements with Length Scale Control // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2020. Vol. 62. P. 685–707. <https://doi.org/10.1007/s00158-020-02527-1>.
6. Hvejsel C.F., Lund E. Material Interpolation Schemes for Unified Topology and Multi-Material Optimization // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2011. Vol. 43. P. 811–825. <https://doi.org/10.1007/s00158-011-0625-z>.
7. Stolpe M., Svanberg K. An Alternative Interpolation Scheme for Minimum Compliance Topology Optimization // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2001. Vol. 22. P. 116–124. <https://doi.org/10.1007/s001580100129>.
8. Jun-ichi Koga, Jiro Koga, Shunji Homma Checkerboard Problem to Topology Optimization of Continuum Structures // *arXiv*. 2013. P. 1–10. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1309.5677>.
9. Крыжевич Г.Б., Филатов А.Р. Комплексный подход к топологической и параметрической оптимизации судовых конструкций // *Труды Крыловского государственного научного центра*. 2020. № 1. С. 95–108. <https://doi.org/10.24937/2542-2324-2020-1-391-95-108>. EDN: CTELQW.
10. Kai Sun, Yuan Liang, Gengdong Cheng Sensitivity Analysis of Discrete Variable Topology Optimization // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2022. Vol. 65. P. 1–18. <https://doi.org/10.1007/s00158-022-03321-x>.
11. Nejat A.A., Held A., Seifried R. An Efficient Adjoint Sensitivity Analysis of Flexible Multibody Systems for a Level-set-based Topology Optimization // *Special Issue: 91st Annual Meeting of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics (GAMM)*. 2021. Vol. 20. Iss. 1. P. 1–3. <https://doi.org/10.1002/pamm.202000066>.
12. Ferro R.M., Pavanetto R. A Simple and Efficient Structural Topology Optimization Implementation Using Open-Source Software for All Steps of the Algorithm: Modeling, Sensitivity Analysis and Optimization // *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2023. Vol. 136. Iss. 2. P. 1371–1397. <https://doi.org/10.32604/cmescs.2023.026043>.
13. Surit S., Wethayavorn B. Topology Optimization of Reinforced Concrete Beams by a Spread-Over Reinforcement Model with Fixed Grid Mesh // *Songklanakarin Journal of Science and Technology*. 2011. Vol. 33. Iss. 1. P. 95–100.
14. Sreevidya V., Nidhi M. Critical Reviews on Topology Optimisation of Reinforced Concrete // *Trends in Civil Engineering and its Architecture*. 2018. Vol. 1. Iss. 5. P. 1–4. <http://doi.org/10.32474/TCEIA.2018.01.000124>.
15. Dongkyu Lee, Sungsoo Park, Soomi Shin SIMP-Based Dynamic Topological Optimum depending on Maximum Eigenfrequency for Reinforcement of Concrete Beams // *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*. 2008. Vol. 2. Iss. 8. P. 1070–1079. <https://doi.org/10.1299/jmmp.2.1070>.
16. Jiaming Ma, Yunzhen He, Zi-Long Zhao, Yi Min Xie Topology Optimization of Ribbed Slabs and Shells // *Engineering Structures*. 2023. Vol. 277. P. 1–8. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115454>.
17. Квасников А.А., Сумароков Е.В. Оптимизация армирования железобетонных конструкций зданий и сооружений при автоматизации процессов проектирования // *Вестник НИЦ «Строительство»*. 2023. № 2. С. 136–150. [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-2\(37\)-136-150](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-2(37)-136-150). EDN: YDILFM.
18. Санникова О.Г., Тур В.В. Основные положения модели «распорки и тяжи» для определения сопротивления срезу железобетонных элементов // *Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F. Строительство. Прикладные науки*. 2018. № 16. С. 19–29. EDN: ZKCQRY.

19. Guest J.K., Moen C.D. Reinforced Concrete Design with Topology Optimization // 19th Analysis & Computation Specialty Conference. 2010. P. 445–454. [https://doi.org/10.1061/41131\(370\)39](https://doi.org/10.1061/41131(370)39).
20. Haitao Chen, Yanze Sun, Meixu Deng Research on the Reinforcement Design of Concrete Deep Beams with Openings Based on the Strut-and-Tie Model // Buildings. 2025. Vol. 15. Iss. 8. P. 1–15. <https://doi.org/10.3390/buildings15081382>.
21. Jewett J., Carstensen J.V. Comparing Design Outcomes of Reinforced Concrete Elements Designed Using Topology Optimization // Proceedings of the IASS 2024 Symposium. 2024. P. 1–9.
22. Yi Xia, Langelaar M., Hendriks M.A.N. A Critical Evaluation of Topology Optimization Results for Strut-And-Tie Modeling Of Reinforced Concrete // Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering. 2020. Vol. 35. Iss. 8. P. 850–869. <https://doi.org/10.1111/mice.12537>.
23. Kripka M., Boscardin J.T., Casteli S.D. Topology Optimization of Reinforced Concrete Plane Frames // Revista Sul-americana de Engenharia Estrutural. 2016. Vol. 13. Iss. 2. P. 45–53. <https://doi.org/10.5335/rsaee.v13i2.6343>.
24. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Strategy for the Evolutionary Optimization of Reinforced Concrete Frames Based on Parallel Populations Evolving // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 869. P. 1–9. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/869/5/052019>.
25. Xin-Cai Xiong, Hu-Zhi Zhang, Gang Peng, Fei-Fan Feng Column Layout Design for Concrete Frame Structures Utilizing the Strain Energy-Based Topology Optimization Method // Journal of Asian Architecture and Building Engineering. 2025. P. 1–17. <https://doi.org/10.1080/13467581.2025.2457380>.
26. Mudaliar T., Lequesne R.D., Fadden M. Topology Optimized Reinforced Concrete Walls Constructed with 3D Printed Formwork. Lawrence: The University of Kansas Center for Research. 2020. 152 p.
27. Chandrasekhar A., Suresh K. TOuNN: Topology Optimization using Neural Networks // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2021. Vol. 63. P. 1135–1149. <https://doi.org/10.1007/s00158-020-02748-4>.
28. Тамразян А.Г., Алексейцев А.В. Современные методы оптимизации конструктивных решений для несущих систем зданий и сооружений // Вестник МГСУ. 2020. Т. 15. № 1. С. 12–30. <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.1.12-30>. EDN: WVLC DG.
29. Persia J.T., Myung Kyun Sung, Soobum Lee, Burns D.E. Neural Network-Based Surrogate Model in Post-processing of Topology Optimized Structures // Neural Computing and Applications. 2025. Vol. 37. P. 8845–8867. <https://doi.org/10.1007/s00521-025-11039-2>.

REFERENCES

1. Bendsøe M.P., Kikuchi N. Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1988;71(2):197-224. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(88\)90086-2](https://doi.org/10.1016/0045-7825(88)90086-2).
2. Bendsøe M.P., Sigmund O. *Topology Optimization. Theory, Methods, and Applications*. Berlin: Springer, 2004. 370 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-05086-6>.
3. Xie Y.M., Steven G.P. A Simple Evolutionary Procedure for Structural Optimization. *Computers & Structures*. 1993;49(5):885-896. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(93\)90035-C](https://doi.org/10.1016/0045-7949(93)90035-C).
4. Liang Xia, Qi Xia, Xiaodong Huang, Yi Min Xie Bi-directional Evolutionary Structural Optimization on Advanced Structures and Materials: A Comprehensive Review. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2018;25:437-478. <https://doi.org/10.1007/s11831-016-9203-2>.
5. Andreasen C.S., Elingaard M.O., Aage N. Level Set Topology and Shape Optimization by Density Methods Using Cut Elements with Length Scale Control. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2020;62:685-707. <https://doi.org/10.1007/s00158-020-02527-1>.
6. Hvejsel C.F., Lund E. Material Interpolation Schemes for Unified Topology and Multi-Material Optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2011;43:811-825. <https://doi.org/10.1007/s00158-011-0625-z>.
7. Stolpe M., Svanberg K. An Alternative Interpolation Scheme for Minimum Compliance Topology Optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2001;22:116-124. <https://doi.org/10.1007/s001580100129>.
8. Jun-ichi Koga, Jiro Koga, Shunji Homma Checkerboard Problem to Topology Optimization of Continuum Structures. *arXiv*. 2013:1-10. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1309.5677>.
9. Kryzhevich G.B., Filatov A.R. Comprehensive Approach to Topological and Parametric Optimization of Ship Structures. *Transactions of the Krylov State Research Centre*. 2020;1:95-108. (In Russ.). <https://doi.org/10.24937/2542-2324-2020-1-391-95-108>. EDN: CTELQW.
10. Kai Sun, Yuan Liang, Gengdong Cheng Sensitivity Analysis of Discrete Variable Topology Optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2022;65:1-18. <https://doi.org/10.1007/s00158-022-03321-x>.
11. Nejat A.A., Held A., Seifried R. An Efficient Adjoint Sensitivity Analysis of Flexible Multibody Systems for a Level-set-based Topology Optimization. *Special Issue: 91st Annual Meeting of the International Association of Applied Mathematics and Mechanics (GAMM)*. 2021;20(1):1-3. <https://doi.org/10.1002/pamm.202000066>.

12. Ferro R.M., Pavanetto R. A Simple and Efficient Structural Topology Optimization Implementation Using Open-Source Software for All Steps of the Algorithm: Modeling, Sensitivity Analysis and Optimization. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2023;136(2):1371-1397. <https://doi.org/10.32604/cmes.2023.026043>.
13. Surit S., Wethyavivorn B. Topology Optimization of Reinforced Concrete Beams by a Spread-Over Reinforcement Model with Fixed Grid Mesh. *Songklanakarin Journal of Science and Technology*. 2011;33(1):95-100.
14. Sreevidya V., Nidhi M. Critical Reviews on Topology Optimisation of Reinforced Concrete. *Trends in Civil Engineering and its Architecture*. 2018;1(5):1-4. <http://doi.org/10.32474/TCEIA.2018.01.000124>.
15. Dongkyu Lee, Sungsoo Park, Soomi Shin SIMP-Based Dynamic Topological Optimum depending on Maximum Eigenfrequency for Reinforcement of Concrete Beams. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*. 2008;2(8):1070-1079. <https://doi.org/10.1299/jmmp.2.1070>.
16. Jiaming Ma, Yunzhen He, Zi-Long Zhao, Yi Min Xie Topology Optimization of Ribbed Slabs and Shells. *Engineering Structures*. 2023;277:1-8. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115454>.
17. Kvasnikov A.A., Sumarokov E.V. Optimizing the Reinforcement of Buildings and Structures in Automatic Design Processes. *Bulletin of the Scientific Research Center of Construction*. 2023;2:136-150. (In Russ.). [https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-2\(37\)-136-150](https://doi.org/10.37538/2224-9494-2023-2(37)-136-150). EDN: YDILFM.
18. Sannikava O.G., Tur V.V. The Main Provisions of Strut-And-Ties Model for the Calculation of Shear Resistance of Reinforced Concrete Elements. *Vestnik of Polotsk State University. Part F. Constructions. Applied Sciences*. 2018;16:19-29. (In Russ.). EDN: ZKCQRY.
19. Guest J.K., Moen C.D. Reinforced Concrete Design with Topology Optimization. *19th Analysis & Computation Specialty Conference*. 2010:445-454. [https://doi.org/10.1061/41131\(370\)39](https://doi.org/10.1061/41131(370)39).
20. Haitao Chen, Yanze Sun, Meixu Deng Research on the Reinforcement Design of Concrete Deep Beams with Openings Based on the Strut-and-Tie Model. *Buildings*. 2025;15(8):1-15. <https://doi.org/10.3390/buildings15081382>.
21. Jewett J., Carstensen J.V. Comparing Design Outcomes of Reinforced Concrete Elements Designed Using Topology Optimization. *Proceedings of the IASS 2024 Symposium*. 2024:1-9.
22. Yi Xia, Langelar M., Hendriks M.A.N. A Critical Evaluation of Topology Optimization Results for Strut-And-Tie Modeling Of Reinforced Concrete. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. 2020;35(8):850-869. <https://doi.org/10.1111/mice.12537>.
23. Kripka M., Boscardin J.T., Casteli S.D. Topology Optimization of Reinforced Concrete Plane Frames. *Revista Sul-americana de Engenharia Estrutural*. 2016;13(2):45-53. <https://doi.org/10.5335/rsae.v13i2.6343>.
24. Tamrazyan A., Alekseytsev A. Strategy for the Evolutionary Optimization of Reinforced Concrete Frames Based on Parallel Populations Evolving. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020;869:1-9. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/869/5/052019>.
25. Xin-Cai Xiong, Hu-Zhi Zhang, Gang Peng, Fei-Fan Feng Column Layout Design for Concrete Frame Structures Utilizing the Strain Energy-Based Topology Optimization Method. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*. 2025:1-17. <https://doi.org/10.1080/13467581.2025.2457380>.
26. Mudaliar T., Lequesne R.D., Fadden M. *Topology Optimized Reinforced Concrete Walls Constructed with 3D Printed Formwork*. Lawrence: The University of Kansas Center for Research. 2020. 152 p.
27. Chandrasekhar A., Suresh K. TOuNN: Topology Optimization using Neural Networks. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2021;63:1135-1149. <https://doi.org/10.1007/s00158-020-02748-4>.
28. Tamrazyan A.G., Alekseytsev A.V. Review of Modern Optimization Methods for Bearing Systems of Buildings and Structures. *Monthly Journal on Construction and Architecture*. 2020;15(1):12-30. (In Russ.). <https://doi.org/10.22227/1997-0935.2020.1.12-30>. EDN: WVLC DG.
29. Persia J.T., Myung Kyun Sung, Soobum Lee, Burns D.E. Neural Network-Based Surrogate Model in Post-processing of Topology Optimized Structures. *Neural Computing and Applications*. 2025;37:8845-8867. <https://doi.org/10.1007/s00521-025-11039-2>.

Информация об авторах

Бурбанов Илья Дмитриевич,
аспирант,
Иркутский национальный исследовательский
технический университет,
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова 83, Россия,
✉ e-mail: ilyadb@yandex.ru
<https://orcid.org/0009-0003-6180-1100>
Author ID: 1319680

Information about the authors

Ilya D. Burbanov,
Postgraduate Student,
Irkutsk National Research Technical University,
664074, Irkutsk, Lermontov St. 83,
Russia,
✉ e-mail: ilyadb@yandex.ru
<https://orcid.org/0009-0003-6180-1100>
Author ID: 1319680

Дмитриева Татьяна Львовна,
д.т.н, доцент, заведующий кафедрой
механики и сопротивления материалов,
Иркутский национальный исследовательский
технический университет,
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова 83, Россия,
e-mail: dmitrievat@list.ru
<http://orcid.org/0000-0002-4622-9025>
Author ID: 312501

Tatyana L. Dmitrieva,
Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor,
Head of the Department of Mechanics
and Strength of Materials,
Irkutsk National Research Technical University,
664074, Irkutsk, Lermontov St. 83, Russia,
e-mail: dmitrievat@list.ru
<http://orcid.org/0000-0002-4622-9025>
Author ID: 312501

Вклад авторов

Все авторы сделали эквивалентный вклад
в подготовку публикации.

Contribution of the authors

The authors contributed equally to this article.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта
интересов.

Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests
regarding the publication of this article.

Все авторы прочитали и одобрили
окончательный вариант рукописи.

The final manuscript has been read and ap-proved
by all the co-authors.

Информация о статье

Статья поступила в редакцию 08.07.2025.
Одобрена после рецензирования 11.08.2025.
Принята к публикации 26.08.2025.

Information about the article

The article was submitted 08.07.2025.
Approved after reviewing 11.08.2025.
Accepted for publication 26.08.2025.